

Практическая работа 6

Вычисление пределов последовательностей и функций.

Цель: закрепить навыки вычисления пределов последовательностей и функций с помощью раскрытия неопределенностей

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Число $a \in R$ называется пределом числовой последовательности $\{x_n\}$, если последовательность $\{x_n - a\}$ является бесконечно малой, т. е. все её элементы, начиная с некоторого, по модулю меньше любого заранее взятого положительного числа. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \forall n \geq N : |x_n - a| < \varepsilon$

2 В случае, если у числовой последовательности существует предел в виде вещественного числа a , её называют *сходящейся* к этому числу. В противном случае, последовательность называют *расходящейся*. Если к тому же она неограниченна, то её предел полагают равным бесконечности. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty \Leftrightarrow \forall A > 0 \exists N = N(A) \forall n \geq N : |x_n| > A$

3 Число A называется пределом функции $f(x)$ при $x \rightarrow x_0$, если для любой последовательности (x_n) такой, что $x_n \rightarrow x_0$, $x_n \neq x_0$ выполняется $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A$

4 Функция $f(x)$ называется элементарной в точке x_0 , если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

5 Виды неопределенностей: $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$, $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$, $\{\infty - \infty\}$.

6 Функция $f(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

7 Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0 , если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$.

8 При раскрытии неопределенности $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ в случае рациональных функций числитель и знаменатель раскладывают на множители, выделяя множитель, стремящийся к нулю.

9 При раскрытии неопределенности $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$ в числителе и знаменателе выносят порядки роста.

10 Неопределенность $\{\infty - \infty\}$ сводится к $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ или $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$.

11 Если под знаком предела содержатся иррациональности, то числитель и знаменатель умножают на сопряженное

12 Если функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют в точке x_0 пределы, то их сумма, разность и произведение тоже имеют пределы в этой точке, и

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x),$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

Если, при этом $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$, то частное двух функций $\frac{f(x)}{g(x)}$ имеет

предел
$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)},$$

Задания

Задание 1

Найти пределы последовательностей.

Задание 2

Найти пределы функций.

Пример выполнения:

Исходные данные:

Вычислить пределы последовательностей.

Задание 1
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^5 + 6n^3 + 9}{n^5 + 11n^2 + 3n}$$

Задание 2
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^8 - 7n^2 + 2n}{4n^2 + n + 6}$$

Вычислить пределы функций.

Задание 3
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$$

Задание 4 $\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{14}{x^2 - 49} - \frac{1}{x - 7} \right)$

Задание 5 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + 4}{\sqrt{8 + x} - 2}$

Задание 6 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3x^2 + 7} - \sqrt{3x^2 + 2x} \right)$

Решение:

Задание 1

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 6x^3 + 9}{x^5 + 11x^2 + 3x} &= \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 \left(1 + \frac{6x^3}{2x^5} + \frac{9}{2x^5} \right)}{x^5 \left(1 + \frac{11x^2}{x^5} + \frac{3x}{x^5} \right)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \left(1 + \frac{3}{x^2} + \frac{9}{2x^5} \right)}{1 + \frac{11}{x^3} + \frac{3}{x^4}} = 2. \end{aligned}$$

Задание 2

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^8 - 7x^2 + 2x}{4x^2 + x + 6} &= \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^8 \left(1 - \frac{7x^2}{5x^8} + \frac{2x}{5x^8} \right)}{4x^2 \left(1 + \frac{x}{4x^2} + \frac{6}{4x^2} \right)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 \left(1 - \frac{7}{5x^6} + \frac{2}{5x^7} \right)}{4 \left(1 + \frac{1}{4x} + \frac{3}{2x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6}{4} = \infty. \end{aligned}$$

Задание 3

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} = \left\{ \frac{0}{0} \right\} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 2)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)}{(x - 2)} = \frac{3 + 3}{3 - 2} = 6.$$

Задание 4.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{14}{x^2 - 49} - \frac{1}{x-7} \right) &= \{\infty - \infty\} = \lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{14}{(x-7)(x+7)} - \frac{1}{x-7} \right) = \\
&= \lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{14}{(x-7)(x+7)} - \frac{1}{x-7} \right) = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{14 - (x+7)}{(x-7)(x+7)} = \left\{ \frac{0}{0} \right\} = \\
&= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{14 - x - 7}{(x-7)(x+7)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{7 - x}{(x-7)(x+7)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{-(x-7)}{(x-7)(x+7)} = \\
&= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{-1}{(x+7)} = \frac{-1}{7+7} = -\frac{1}{14}
\end{aligned}$$

Задание 5.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{\sqrt{8+x}-2} &= \left\{ \frac{0}{0} \right\} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{\sqrt{8+x}-2} \cdot \frac{\sqrt{8+x}+2}{\sqrt{8+x}+2} = \\
&= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+4)(\sqrt{8+x}+2)}{8+x-4} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+4)(\sqrt{8+x}+2)}{x+4} = \lim_{x \rightarrow -4} (\sqrt{8+x}+2) = \\
&= \sqrt{8-4}+2 = \sqrt{4}+2 = 2+2 = 4.
\end{aligned}$$

Задание 6.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+7} - \sqrt{3x^2+2x}) &= \{\infty - \infty\} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+7} - \sqrt{3x^2+2x}) \cdot \frac{\sqrt{3x^2+7} + \sqrt{3x^2+2x}}{\sqrt{3x^2+7} + \sqrt{3x^2+2x}} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+7 - (3x^2+2x)}{\sqrt{3x^2+7} + \sqrt{3x^2+2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+7-3x^2-2x}{\sqrt{3x^2+7} + \sqrt{3x^2+2x}} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7-2x}{\sqrt{3x^2+7} + \sqrt{3x^2+2x}} = \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x \left(\frac{7}{-2x} + 1 \right)}{\sqrt{3x} \left(\sqrt{1 + \frac{7}{3x^2}} + \sqrt{1 + \frac{2x}{3x^2}} \right)} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2 \left(\frac{7}{-2x} + 1 \right)}{\sqrt{3} \left(\sqrt{1 + \frac{7}{3x^2}} + \sqrt{1 + \frac{2}{3x}} \right)} = \frac{-2}{2\sqrt{3}} = \frac{-1}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

Задания к практической работе.

Задание 1

1 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 + 3n^3 - 1}{3n^5 + 14n^2 + 5n}$	2 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 6n^2 - 1}{n^4 + 11n + 3}$	3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^6 + 5n^2 + 9n}{4n^6 + n^2 - 2n}$
4 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 + n^3 - 5n}{(2n^2 + 5)^2}$	5 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^4 + 3n^2 - 2}{(2n^2 + 3)^2}$	6 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^6 + 2n^2 - 7n}{(4n^2 + n)^3}$
7 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n - 1}{5n^2 + 14n + 5}$	8 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n - 4}{n^3 + 11n + 1}$	9 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 + 4n^2 - 7n}{4n^6 + n^2 - n}$
10 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 + 5n^3 - 2}{(2n + 5)^4}$	11 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 3)^2}{3n^4 - 3}$	12 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^2 + 2n)^2}{4n^4 + n - 15}$
13 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^3 - 3}{(2n - 1)^4}$	14 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 3)^3}{3n^6 - n^2 + 2}$	15 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^4 + 2n)^2}{4n^8 + n^3 - 10}$
16 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^4 - n^3 + 9}{(2n - 3)^4}$	17 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 3)^2}{3n^4 - 3}$	18 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^3 - 4n)^2}{3n^6 + 2n - 14}$
19 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^{10} + 5n^3 - 14}{(2n^5 - 3n^2 + 1)^2}$	20 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^4 + 3)^3}{3n^{12} - n^7 + 2n^2}$	21 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 2n)^4}{4n^8 + 3n^3 - 1}$
22 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n - 2}{11n^2 + 8n - 5}$	23 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - 5n + 4}{2n^3 + 11n - 7}$	24 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 + 9n^2 - 4n}{5n^7 + n^2 - n}$
25 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 - n^3 + 4}{(3n + 1)^4}$	26 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 7)^4}{3n^8 - 5}$	27 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^2 + 2n)^3}{4n^6 + 3n - 15}$
28 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + n - 1}{7n^5 + 14n + 5}$	29 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n + 3}{2n^3 + 11n + 1}$	30 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^6 + 3n^2 - 7n}{11n^6 + 2n^2 - n}$

Задание 2

1 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + 5n^3 - 2}{(2n + 5)^4}$	2 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 3)^3}{3n^4 - 3}$	3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^3 + 2n)^2}{4n^4 + n - 15}$
4 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 + 2n^3 - 3}{(2n - 1)^4}$	5 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^3 + 3)^3}{3n^6 - n^2 + 2}$	6 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^4 + 2n)^2}{4n^7 + n^3 - 10}$
7 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 + 3n^3 - 1}{3n^2 + 10n^2 + 5n}$	8 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 6n^2 - 1}{n^3 + 11n + 3}$	9 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^6 + 5n^2 + 9n}{4n^3 + n^2 - 2n}$
10 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^6 - n^3 + 9}{(2n - 3)^4}$	11 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 3)^2}{3n^3 - 3}$	12 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^3 - 4n)^2}{3n^5 + 2n - 14}$

13 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^{11} + 5n^3 - 14}{(2n^5 - 3n^2 + 1)^2}$	14 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^4 + 3)^4}{3n^{12} - n^7 + 2n^2}$	15 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 2n)^4}{4n^7 + 3n^3 - 1}$
16 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + n^3 - 5n}{(2n^2 + 5)^2}$	17 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^6 + 3n^2 - 2}{(2n^2 + 3)^2}$	18 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^6 + 2n^2 - 7n}{(4n^3 + n)^3}$
19 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n - 2}{11n^3 + 8n - 5}$	20 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - 5n + 4}{2n^2 + 11n - 7}$	21 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^8 + 9n^2 - 4n}{5n^7 + n^2 - n}$
22 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n - 1}{5n^2 + 14n + 5}$	23 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^5 - 6n - 4}{n^3 + 11n + 1}$	24 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 4n^2 - 7n}{4n^6 + n^2 - n}$
25 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 - n^3 + 4}{(3n + 1)^4}$	26 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^3 + 7)^4}{3n^8 - 5}$	27 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n^2 + 2n)^3}{4n^5 + 3n - 15}$
28 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^6 + 2n - 1}{9n^5 - 11n + 5}$	29 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^5 - 4n + 2}{2n^3 + 13n + 1}$	30 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^8 + 2n^2 - 7n}{11n^6 + 2n^2 - 9n}$

Задание 3

1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 7x - 18}$	2 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 8x + 4}$	3 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2 - 1}$
4 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{x^2 - 25}$	5 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 15}$	6 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{x^2 - 2x - 15}$
7 $\lim_{x \rightarrow -1.5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{-2x^2 + x + 6}$	8 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 + 2x - 8}$	9 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 + 11x - 4}{3x^2 - 4x + 1}$
10 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{x^2 + 2x - 8}$	11 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{2x^2 - 7x - 15}$	12 $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{(x+9)^2}{x^2 + 7x - 18}$
13 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{2x^2 - 7x - 15}$	14 $\lim_{x \rightarrow 0.5} \frac{2x^2 + 7x - 4}{2x^2 + 5x - 3}$	15 $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{x^2 - 81}{x^2 + 7x - 18}$
16 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 5x - 3}$	17 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 2x - 8}$	18 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x^2 - 3x - 18}$
19 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 - 16}$	20 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)^2}{x^2 - 3x - 18}$	21 $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 - 49}{x^2 + 6x - 7}$
22 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x^2 - 22x + 24}{x^2 - 3x - 18}$	23 $\lim_{x \rightarrow -4.5} \frac{2x^2 + 3x - 27}{2x^2 + 11x + 9}$	24 $\lim_{x \rightarrow 0.5} \frac{2x^2 + 13x - 7}{2x^2 + 7x - 4}$
25 $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2 + 13x - 7}{x^2 + 6x - 7}$	26 $\lim_{x \rightarrow -4.5} \frac{2x^2 + 3x - 27}{2x^2 + 11x + 9}$	27 $\lim_{x \rightarrow -4.5} \frac{2x^2 + 3x - 27}{4x^2 - 81}$
28 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 6x - 7}$	29 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 3x - 27}{3x^2 - 13x + 12}$	30 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{3x^2 - 13x + 12}$

Задание 4

1 $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} \right)$	2 $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{8}{x^2 - 16} - \frac{1}{x - 4} \right)$	3 $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{12}{x^2 - 36} - \frac{1}{x - 6} \right)$
4 $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{16}{x^2 - 64} - \frac{1}{x - 8} \right)$	5 $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{10}{x^2 - 25} - \frac{1}{x - 5} \right)$	6 $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{18}{x^2 - 81} - \frac{1}{x - 9} \right)$
7 $\lim_{x \rightarrow 1.5} \left(\frac{6}{4x^2 - 9} - \frac{1}{2x - 3} \right)$	8 $\lim_{x \rightarrow 0.5} \left(\frac{2}{4x^2 - 1} - \frac{1}{2x - 1} \right)$	9 $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{3}} \left(\frac{8}{9x^2 - 16} - \frac{1}{3x - 4} \right)$
10 $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \left(\frac{4}{9x^2 - 4} - \frac{1}{3x - 2} \right)$	11 $\lim_{x \rightarrow 2.5} \left(\frac{10}{4x^2 - 25} - \frac{1}{2x - 5} \right)$	12 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}} \left(\frac{10}{9x^2 - 25} - \frac{1}{3x - 5} \right)$
13 $\lim_{x \rightarrow \frac{8}{3}} \left(\frac{16}{9x^2 - 64} - \frac{1}{3x - 8} \right)$	14 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{8}} \left(\frac{10}{64x^2 - 25} - \frac{1}{8x - 5} \right)$	15 $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{8}} \left(\frac{6}{64x^2 - 9} - \frac{1}{8x - 3} \right)$
16 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{8}} \left(\frac{2}{64x^2 - 1} - \frac{1}{8x - 1} \right)$	17 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left(\frac{2}{9x^2 - 1} - \frac{1}{3x - 1} \right)$	18 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}} \left(\frac{2}{25x^2 - 1} - \frac{1}{5x - 1} \right)$
19 $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{5}} \left(\frac{4}{25x^2 - 4} - \frac{1}{5x - 2} \right)$	20 $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \left(\frac{6}{25x^2 - 9} - \frac{1}{5x - 3} \right)$	21 $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{5}} \left(\frac{8}{25x^2 - 16} - \frac{1}{5x - 4} \right)$
22 $\lim_{x \rightarrow \frac{7}{5}} \left(\frac{14}{25x^2 - 49} - \frac{1}{5x - 7} \right)$	23 $\lim_{x \rightarrow \frac{8}{5}} \left(\frac{16}{25x^2 - 64} - \frac{1}{5x - 8} \right)$	24 $\lim_{x \rightarrow \frac{9}{5}} \left(\frac{18}{25x^2 - 81} - \frac{1}{5x - 9} \right)$
25 $\lim_{x \rightarrow \frac{7}{3}} \left(\frac{14}{9x^2 - 19} - \frac{1}{3x - 7} \right)$	26 $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}} \left(\frac{6}{16x^2 - 9} - \frac{1}{4x - 3} \right)$	27 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{4}} \left(\frac{10}{16x^2 - 25} - \frac{1}{4x - 5} \right)$
28 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{9}} \left(\frac{10}{81x^2 - 25} - \frac{1}{9x - 5} \right)$	29 $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{9}} \left(\frac{8}{81x^2 - 16} - \frac{1}{9x - 4} \right)$	30 $\lim_{x \rightarrow \frac{7}{9}} \left(\frac{14}{81x^2 - 49} - \frac{1}{9x - 7} \right)$

Задание 5

1 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{\sqrt{6 + x} - 2}$	2 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{\sqrt{12 + x} - 3}$	3 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{10 + x} - 3}$
4 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x + 1}$	5 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$	6 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1 + x + x^2} - \sqrt{7 + 2x - x^2}}{x^2 - 2x}$
7 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - x} - 1}{x - 1}$	8 $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{x + 8}$	9 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x + x^2} - \sqrt{1 - x + x^2}}{x^2 - x}$
10 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{10 - x} - 3}$	11 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3 + 2x} - 3}{x - 3}$	12 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x - 1} - \sqrt[3]{3x - 2}}{x - 1}$
13 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2 + x} - 2}{x - 2}$	14 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 4}{\sqrt{5 - x} - 3}$	15 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 6} - \sqrt{10x - 21}}{5x - 15}$

16 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{11-x}-3}$	17 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{2-x}-1}$	18 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\sqrt{6-x}-3}$
19 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$	20 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{2-\sqrt{x}-2}$	21 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{\sqrt{x+1}-2}$
22 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{5x+2}-3}{x-5}$	23 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+6}-2}$	24 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}{x-3}$
25 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{1-\sqrt{x-4}}$	26 $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{\sqrt{x+5}-4}{x-11}$	27 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{\sqrt{3-x}-2}$
28 $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1}-3}{x-8}$	29 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{3+x}-3}{x-6}$	30 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+6}-2}$

Задание 6

1 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-7}-\sqrt{x^2+5})$	2 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+16}-x)$	3 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x+3}-\sqrt{x^2-3x+1})$
4 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{1+x^2}-x)$	5 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+9}+x)$	6 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4}-\sqrt{x^2+1})$
7 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4x}-x)$	8 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-5x+6}-x)$	9 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+8x-3}-\sqrt{x^2+4x+3})$
10 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$	11 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2-3x+11}-6x)$	12 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2+2x}-\sqrt{x^2+3x+1})$
13 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2+x}-3x)$	14 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^2-5x+1}-3x)$	15 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x})$
16 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2-7x}-2x)$	17 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-8x}-\sqrt{x^2-2})$	18 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{16x^2-3x}-\sqrt{x^2+5})$
19 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x+6}-\sqrt{x-1})$	20 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{4x+1}-\sqrt[3]{3x})$	21 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+7x}-\sqrt{x^2+13})$
22 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{6x+1}-\sqrt[3]{2x})$	23 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{10x^2-x+6}-3x)$	24 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2+8x-1}-\sqrt{2x^2+3x})$
25 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2-x+2}-2x)$	26 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{7x+5}-\sqrt{2x-3})$	27 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{12x^2-3}-\sqrt{2x^2+5x+4})$
28 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{6x^2-2x+5}-2x)$	29 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{11x^2+2x-1}-3x)$	30 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^2+3x}-\sqrt{3x^2-9x})$

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА

для проведения практической работы 6

Тема занятия: *Вычисление пределов последовательностей и функций*

Цель выполнения задания: *закрепить навыки вычисления пределов последовательностей и функций с помощью раскрытия неопределенностей*

Необходимо знать: *основные формулы и правила вычисления пределов последовательностей и функций с помощью раскрытия неопределенностей*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и правила вычисления пределов последовательностей и функций с помощью раскрытия неопределенностей и применения первого и второго замечательных пределов*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *компьютерные программы не используются*

Теория: *для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: *- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: основные определения, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Контрольные вопросы: 1 Что такое предел последовательности? 2 Какая последовательность называется сходящейся? 3 Что такое расходящаяся последовательность? 4 Что называется пределом функции в точке? 5 Какая функция называется бесконечно малой? 6 Какая функция называется бесконечно большой? 7 Как раскрывается неопределенность $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ в случае рациональных функций? 8 Как раскрывается неопределенность $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ в случае иррациональных функций? 9 Как раскрывается неопределенность $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$ в случае рациональных

функций? 10 Как раскрывается неопределенность $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$ в случае иррациональных функций? 11 Как раскрывается неопределенность $\{\infty - \infty\}$?

Литература:

- 1 Ю.М.Колягин *Математика в 2-х книгах, учебник для СПО, 2008, книга 2*
- 2 И.Л.Соловейчик *Сборник задач по математике для техникумов, -М, 2003*
- 3 В.П. Омельченко, Э.В. Курбатова *Математика. Учебное пособие для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования, г.Ростов-на-Дону, «Феникс», 2012*
- 4 <http://ru.wikipedia.org>
- 5 http://www.mathprofi.ru/zamechatelnye_predely.html
- 6 http://www.cleverstudents.ru/limits/the_second_remarkable_limit.html
- 7 http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_7_18.php